Lista 11 (poziom podstawowy)

Zad. 1 (1 pkt)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $5^{n+2021}+5^{n+2022}+5^{n+2023}+5^{n+2024}$ jest podzielna przez 30.

Zad. 2 (1 pkt.)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{\log_4 5+\log_4 3}{\log_4 45-\log_4 3}$ jest równa

A. 1 **B.** $\frac{1}{9}$ **C.** $\frac{\log_4 5}{\log_4 45}$ **D.** 0

Zad. 3 (1 pkt.)

Sprzedawca podniósł cenę kurtki o 10%, a następnie jeszcze o 10%. Sprzedaż zmalała, zatem obniżył cenę najpierw o 10%, a potem jeszcze o 10%. Co można powiedzieć o końcowej cenie kurtki w stosunku do ceny wyjściowej?

A. Są takie same. **B.** Cena wzrosła. **C.** Cena zmalała. **D.** Nie da się tego obliczyć.

Zad. 4 (pkt.)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(\sqrt{3}+\sqrt{9}+\sqrt{27}\right)^2$ jest równa

A. 39 **B.** 57 **C.** $57+12\sqrt{3}$ **D.** $57+24\sqrt{3}$

Zad. 5 (2 pkt.)

Dokończ zdanie. Zaznacz <u>dwie</u> właściwe odpowiedzi tak, aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.

Liczbą dodatnią jest liczba

A. -2^2 **B.** $\log_3 \frac{1}{3}$ **C.** $5^{-1}-3^{-1}$ **D.** $\log_8 4$

E. $(3+\sqrt{3})(\sqrt{3}-3)$ **F.** $\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$ **G.** $\mathrm{tg}120^0$ H. $\cos 90^0$

Zad. 6 (1 pkt.)

Ania i Kasia układały z patyczków trójkąty, czworokąty i pięciokąty tak, że każdy patyczek tworzy jeden bok wielokąta. Trójkątów ułożyły dwa razy więcej niż pięciokątów, zaś czworokątów o 2 więcej niż trójkątów. Do zbudowania wszystkich figur wykorzystały 84 patyczki.

Niech x oznacza liczbę trójkątów, a y – liczbę czworokątów ułożonych przez dziewczynki.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Poprawny układ równań prowadzący do obliczenia liczb x i y to

A. $\begin{cases} 3x + 4y + 5 \cdot \frac{1}{2}x = 84 \\ y = x + 2 \end{cases}$

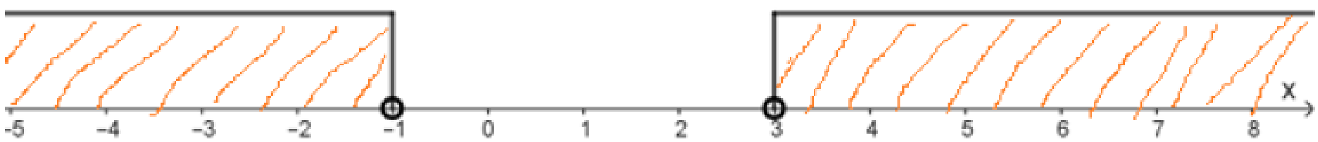
B. $\begin{cases} 3x + 4y + 5 \cdot 2x = 84 \\ y = x + 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 3x + 4y + 5 \cdot \frac{1}{2}x = 84 \\ x = y + 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 3x + 4y + 5 \cdot 2x = 84 \\ x = y + 2 \end{cases}$

Zad. 7 (1 pkt.)

Spośród nierówności A – D wybierz tę, której zbiór wszystkich rozwiązań zaznaczono na osi liczbowej.



A. $|x - 1| < 2$ **B.** $|x + 1| < 2$ **C.** $|x - 1| > 2$ **D.** $|x + 1| > 2$

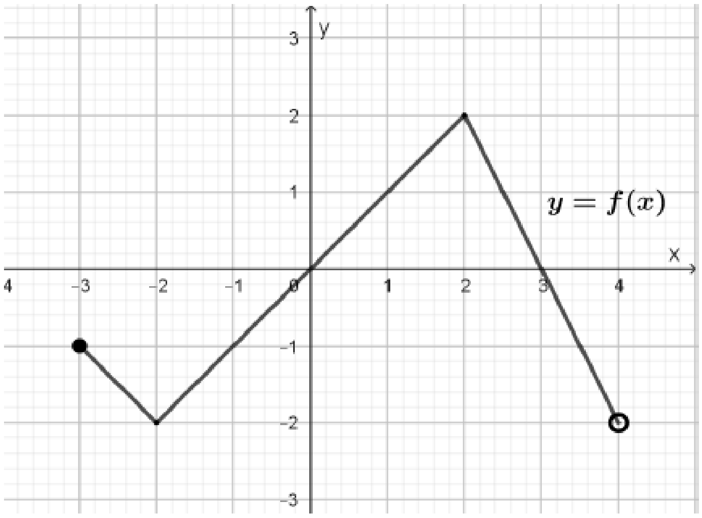
Zad. 8 (1 pkt.)

Dane jest wyrażenie W = $\frac{2x^3-4x^2-8x+16}{4x^3-16x^2+16x}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Dziedziną wyrażenia W jest $R\setminus\{-2,0,2\}$.	**P**	**F**
Wyrażenie W można przekształcić do postaci $\frac{x+2}{2x}$.	**P**	**F**

Zad. 9



Dana jest funkcja $y = f(x)$, której wykres przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku obok.

Ta funkcja jest określona dla każdej liczby rzeczywistej $x \in [-3, 4)$.

9.1 (1 pkt.)

Zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej zbiór rozwiązań nierówności $f(x) < 0$.

....

9.2 (1 pkt.)

Zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej maksymalny przedział lub maksymalne przedziały, w których funkcja f jest rosnąca.

....

9.3 (1 pkt.)

Funkcja g jest określona za pomocą funkcji f następująco: $g(x) = f(x) + 1$.

Zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej zbiór wartości funkcji g.

....

Zad. 10 (1 pkt.)

Dany jest wielomian $W(x) = -2(x-3)(x^2+4)(x^2-16)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloczyn wszystkich rzeczywistych pierwiastków tego wielomianu jest równy

A. -48 **B.** 12 **C.** 24 **D.** 192

Zad. 11 (1 pkt.)

Pani Joanna wpłaciła do banku 30 000 zł na lokatę oprocentowaną 6% w skali roku. Odsetki są naliczane i kapitalizowane co pół roku.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Po roku oszczędzania w tym banku kwota na lokacie (bez uwzględniania podatków) będzie równa

A. $30\,000 \cdot 1,06$ **B.** $30\,000 \cdot (1,06)^2$ **C.** $30\,000 \cdot (1,03)^2$ **D.** $30\,000 \cdot 2 \cdot 1,03$

Zad. 12

Funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2 + bx + c$ ma dwa miejsca zerowe $x_1 = 3, x_2 = -5$.
Do wykresu funkcji *f* należy punkt A = (1, – 48).

12.1 (1 pkt.) Wyznacz wzór funkcji w postaci iloczynowej.

12.2 (1 pkt.) Wyznacz równanie osi symetrii wykresu funkcji *f.*

Zad. 13 (1 pkt.)

Dana jest funkcja liniowa $f(x) = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Wykres funkcji *f* jest nachylony do osi Ox pod kątem 60^0.	**P**	**F**
Miejscem zerowym funkcji *f* jest liczba $2\sqrt{3}$.	**P**	**F**

Zad. 14 (1 pkt.)

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A., B. albo C. oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{-n}{n+1}$ dla każdej liczby naturalnej n ≥ 1 jest

A.	rosnący,	ponieważ	**1.**	różnica $a_{n+1} - a_n$ jest liczbą ujemną.
B.	malejący,		**2.**	różnica $a_{n+1} - a_n$ jest równa zero.
C.	stały,		**3.**	różnica $a_{n+1} - a_n$ jest liczbą dodatnią.

Zad. 15 (1 pkt.)

W ciągu arytmetycznym (a_n) określonym dla każdej liczby naturalnej n ≥ 1 dane są:
$a_2 = -10$ oraz $a_6 = 2$.

15. 1 (1 pkt.) Wyznacz wzór ogólny tego ciągu.

15.2 (1 pkt.) Oblicz, którym wyrazem tego ciągu jest liczba 134.

Zad. 16 (1 pkt.)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = -3^n$ dla każdej liczby naturalnej n ≥ 1.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest ciągiem geometrycznym o ilorazie $q = -3$.	**P**	**F**
Ciąg (a_n) jest ciągiem malejącym.	**P**	**F**

Zad. 17 (1 pkt.) Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 1 i 2. Oblicz cosinus najmniejszego kąta w tym trójkącie.

Zad. 18 (2 pkt.)

Dane są liczby $a = \sin 150^0 - \sin 120^0$ i $b = \cos 150^0 - \cos 120^0$.

Dokończ zdanie. Zaznacz <u>dwie</u> właściwe odpowiedzi tak, aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.

Liczby a i b spełniają warunki

A. $a + b = 1 - \sqrt{3}$ **B.** $a + b = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ **C.** $a - b = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $a - b = -\sqrt{3}$

E. $ab = -\frac{1}{2}$ **F.** $ab = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ **G.** $ab = \frac{\sqrt{3}}{4}$ **H.** $ab = \sqrt{3} - 1$

Zad. 19 (1 pkt.) Punkt A = (– 3, 1) przekształcono w symetrii względem osi Oy i otrzymano punkt A'. Punkt B = (2, – 5) przekształcono w symetrii względem osi Ox i otrzymano punkt B'. Znaleźć współrzędne środka odcinka A'B'.

Zad. 20 (1 pkt.)

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dane są proste k oraz l o równaniach $k: y = 4 - 8x$, $l: y = -\frac{1}{4} + 8x$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k i l

A. są prostopadłe **B.** przecinają się w punkcie P = $\left(\frac{17}{64}, \frac{15}{8}\right)$

C. są równoległe **D.** przecinają się w punkcie P = $\left(\frac{15}{8}, -11\right)$

Zad. 21

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y), dany jest okrąg $\mathcal{O}$ określony równaniem

$$(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 36$$

21.1 (1 pkt.)

Środek S okręgu $\mathcal{O}$ ma współrzędne

A. $S = (4,3)$ **B.** $S = (-4,3)$ **C.** $S = (4,-3)$ **D.** $S = (-4,-3)$

21.2 (1 pkt.)

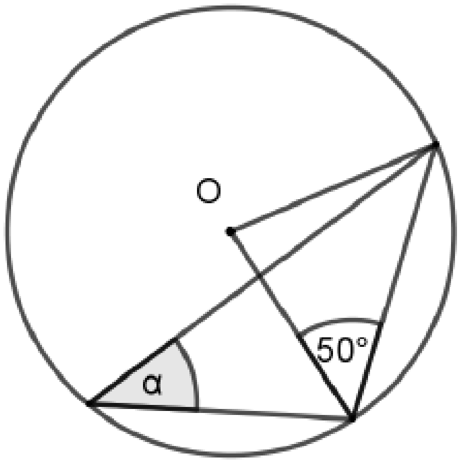
Wysokość trójkąta równobocznego, który jest wpisany w okrąg $\mathcal{O}$ ma długość

A. 2 **B.** 4 **C.** 9 **D.** 18

Zad. 22 (1 pkt.)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Punkt O jest środkiem okręgu. Kąt α na rysunku poniżej ma miarę



A. 25^0 **B.** 40^0 **C.** 45^0 **D.** 50^0

Zad. 23 (1 pkt.)

Dane są proste o równaniach $k\colon y = (4-2a)x + 12$ oraz $l\colon y = \frac{2}{5}x + 6$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

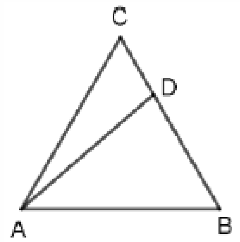
Proste k i l są równoległe dla

A. $a = \frac{2}{5}$ **B.** $a = -\frac{1}{5}$ **C.** $a = \frac{9}{5}$ **D.** $a = -\frac{11}{5}$

Zad. 24 (4 pkt.) W trapezie równoramiennym miara kąta ostrego jest równa 45°. Suma długości wysokości trapezu i jego dłuższej podstawy wynosi 48 cm. Podaj wzór i dziedzinę funkcji opisującej zależność pola takiego trapezu od długości x wysokości trapezu. Oblicz obwód tego z rozważanych trapezów, który ma największe pole.

Zad. 25

W trójkącie równobocznym ABC o boku długości 18 cm, na boku BC wybrano punkt D taki, że $|BD| = 2|CD|$ (rysunek poniżej).



25.1 (1 pkt.)

Pole trójkąta ACD jest równe

A. $\frac{81\sqrt{3}}{4}$ cm^2 **B.** $27\sqrt{3}$ cm^2 **C.** $\frac{81\sqrt{3}}{2}$ cm^2 **D.** $9\sqrt{3}$ cm^2

25.2 (1 pkt.)

Długość odcinka AD jest równa

A. $6\sqrt{7}$ cm **B.** $6\sqrt{10}$ cm **C.** $\sqrt{330}$ cm **D.** $12\sqrt{2}$ cm

Zad. 26 (1 pkt.) W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź boczna jest dwa razy dłuższa od krawędzi podstawy. Oblicz tangens kąta nachylenia przekątnej tego graniastosłupa do płaszczyzny podstawy.

Zad. 27 (1 pkt.)

Dane są dwa ostrosłupy podobne O_1 i O_2 Pole podstawy ostrosłupa O_1 jest równe $50\sqrt{5}$, zaś pole podstawy ostrosłupa O_2 wynosi $32\sqrt{5}$.

Stosunek objętości ostrosłupa O_2 do objętości ostrosłupa O_1 jest równy

A. $\frac{25}{16}$ **B.** $\frac{16}{25}$ **C.** $\frac{4}{5}$ **D.** $\frac{64}{125}$

Zad. 28 (1 pkt.)

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych nieparzystych, w których cyfra dziesiątek jest równa 4 jest

A. $9\cdot10\cdot10\cdot5$ **B.** $8\cdot8\cdot1\cdot5$ **C.** $9\cdot10\cdot1\cdot5$ **D.** $9\cdot10\cdot4\cdot5$

Zad. 29 (1 pkt.)

W poniższej tabeli przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w klasie III A

Ocena	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Liczba uczniów	**1**	**6**	**8**	**9**	**4**	**2**

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Mediana wyników sprawdzianu jest równa ich dominancie.	**P**	**F**
Mediana wyników sprawdzianu jest równa ich średniej arytmetycznej.	**P**	**F**

Zad. 30 (2 pkt.) Ze zbioru {–3, –2, –1, 0, 1, 2} losujemy kolejno bez zwracania dwie liczby, które są współrzędnymi punktu P=(x, y), gdzie x jest pierwszą z wylosowanych liczb, zaś y drugą. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że otrzymany punkt P leży na prostej o równaniu y = x + 2.